

# Avance y Perspectiva

Revista de divulgación del CINVESTAV

## ¿Qué son las diferentes formulaciones de la relatividad general y para qué sirven?

Karina Galache · Tuesday, June 14th, 2022

Categorías: [Ciencias Exactas](#), [Zona Abierta](#)

Encontrar las variables apropiadas para describir un fenómeno físico fundamental y construir con ellas la teoría correspondiente no es tarea fácil. Históricamente esta búsqueda ha ido aparejada con el hallazgo de las leyes físicas propiamente hablando. Esto es, no solo se trata de encontrar las variables adecuadas sino también de encontrar las ecuaciones de movimiento o leyes que deben ser satisfechas por ellas. Además, las variables *per se* conllevan un significado intrínseco que muchas veces implica verdaderas revoluciones conceptuales en el marco teórico existente. Es el caso de, por ejemplo, la teoría de Maxwell, que describe el campo electromagnético [1] o de la teoría general de la relatividad del movimiento de Einstein, llamada simplemente relatividad general, que permite entender el campo gravitacional [2]. Aquí nos enfocaremos en esta última.

En la actualidad, se considera que la relatividad general describe con precisión los fenómenos gravitacionales, por lo menos en el régimen donde los aspectos cuánticos del campo gravitacional mismo no tienen relevancia [3]. La relatividad general de Einstein desplazó a la teoría de la gravitación de Newton como descripción fundamental de la gravitación, ya que la primera predice fenómenos gravitacionales con verificación experimental u observacional que no son predichos ni explicados por la teoría de Newton, entre los cuales se encuentran: la deflexión de la luz al pasar cerca de objetos masivos—la primera confirmación de la teoría de Einstein—, la precesión de las órbitas de los planetas, las lentes gravitacionales, el corrimiento gravitacional al rojo de ondas electromagnéticas, las ondas gravitacionales —detectadas en 2015, lo cual llevó al premio Nobel en física en 2017—, los agujeros negros—detectados a través de las ondas gravitacionales producidas por su colisión y también mediante las *sombras* de los agujeros negros M87\* y Sagitario A\*, este último ubicado en el centro de la vía láctea—, etcétera. En la actualidad se considera que la descripción newtoniana del campo gravitacional es, en lo fundamental, incorrecta, lo cual no es una conclusión nueva sino tan antigua como la relatividad general de Einstein—más de 100 años—.

Una tarea más modesta respecto a la construcción de una teoría, y que a primera vista parece sin trascendencia, es encontrar o dar formulaciones alternativas a una teoría física dada; por ejemplo, a la teoría de la relatividad general de Einstein. Lo primero que dicen los detractores de esta actividad es, “¿para qué?”, “si ya se tiene una formulación, ¿para qué se requiere otra?” “¿Cuál es

la relevancia de una más? Con la que se tiene es suficiente”. Sin embargo, esas expresiones son ingenuas y, sobre todo, equivocadas. Es una posición no científica. Después de todo, en ciencia no hay verdades absolutas, todo el conocimiento debe ser cuestionado sin pausa. ¿Cómo se sabe *a priori* que se tiene la descripción fundamental de un campo físico? ¿Cómo se sabe que la teoría de la relatividad general de Einstein captura la descripción fundamental del campo gravitacional, por ejemplo, y que por ende, no se requiere una nueva formulación de la teoría?

Mi punto de vista es que cada una de las formulaciones de una teoría es una perspectiva que resalta aspectos o elementos de la teoría en cuestión, y estas perspectivas son tan cruciales que permiten avanzar y profundizar en el conocimiento de la teoría, ya que, si no existieran, sería difícil o imposible de entender algún hecho o consecuencia de ella. Es decir, encontrar formulaciones alternativas de una teoría no es algo superfluo o banal; puede ser que alguna de ellas resulte ser la perspectiva requerida que permita encontrar la descripción fundamental definitiva. Cada formulación es una visión particular, propia, distinta y todas ellas se complementan para proporcionar una visión más completa, amplia y profunda de la teoría en sí.

La teoría de la relatividad general de Einstein tiene como variable básica, fundamental, a un objeto matemático conocido como tensor métrico o métrica, el cual contiene las propiedades geométricas del campo gravitacional, y que satisface las ecuaciones de Einstein,  $G=T$ , que son muy complicadas, no lineales, en derivadas parciales, etcétera. En estas ecuaciones,  $G$ , también llamado tensor de Einstein, depende de la métrica, mientras que  $T$ , también llamado tensor de energía-momento de la materia, depende de los campos de materia y de la métrica. Las ecuaciones de Einstein dicen, en esencia, que el tensor de energía-momento de todos los campos (gravitacional y de materia) es igual a cero,  $G-T=0$  [4,5].

Las ecuaciones de Einstein se obtienen por lo regular a partir de un objeto matemático conocido como principio de acción o la acción, cuando resulta claro el contexto, y se llama la acción de Einstein-Hilbert. De hecho, todas las teorías fundamentales admiten formulaciones en términos de principios de acción, incluyendo la relatividad general. En muchas ocasiones resulta más fácil técnicamente dar un principio de acción y obtener las ecuaciones de movimiento a partir de él que simplemente proporcionar las ecuaciones de movimiento.

A mediados de la década de los 70 del siglo XX, un principio de acción alternativo para la relatividad general fue propuesto por Plebański [6]. Este principio de acción pasó desapercibido entre la comunidad científica los primeros años posteriores a su publicación, pero fue valorado posteriormente. La formulación de Plebanski tiene varios aspectos relevantes. A diferencia del principio de acción de Einstein-Hilbert que es geométrico esencialmente, el de Plebański es, en cierto sentido, más algebraico. Otra diferencia es que su formulación no emplea el tensor métrico como la variable básica, fundamental, del campo gravitacional, sino que emplea un conjunto de matrices antisimétricas (el nombre técnico es 2-formas) y otro objeto matemático llamado conexión, que permite propagar los campos de la formulación. Las ecuaciones de movimiento de la formulación de Plebański son equivalentes a las ecuaciones de Einstein. Aunque la formulación de Plebański es relativamente fácil de entender, ésta emplea variables complejas, no reales, lo cual no es una desventaja de la formulación, pero sí representa un obstáculo en la construcción de una teoría cuántica de la gravedad. El campo gravitacional, como cualquier otro campo físico fundamental, debe ser de naturaleza cuántica en su descripción básica.

Por fortuna, es posible dar otro principio de acción, muy parecido a la acción de Plebański, que emplea variables reales [7]. Éste se relaciona directamente con teorías cuánticas de la gravedad,

conocidas como *modelos de espuma de espines* del campo gravitacional [3]. Otra de las ventajas de este último principio de acción es que es equivalente a otro para la relatividad general, conocido como la acción de Holst [8], que también resulta útil y relevante en la construcción de una teoría cuántica del campo gravitacional, pero desde otra perspectiva [3,5]. El principio de acción de la Ref. [7] emplea matrices antisimétricas reales (2-formas reales) y una conexión real también. En esta formulación, la métrica (que satisface las ecuaciones de Einstein) es una cantidad derivada, no una entidad fundamental, la métrica ni siquiera está presente en el principio de acción a partir del cual se obtienen las ecuaciones de movimiento de la formulación. Lo relevante es que la formulación en términos de variables reales es equivalente a la relatividad general de Einstein, a pesar de que el significado físico o geométrico de las variables fundamentales involucradas es menos claro que el significado y el papel que juega la métrica en la formulación de Einstein.

Otra motivación para la búsqueda de formulaciones alternativas al principio de acción de Einstein-Hilbert, es que algunos tipos de materia, como los fermiones, no se pueden acoplar al campo gravitacional usando la acción del formalismo métrico de Einstein. Para acoplar los fermiones se requiere el abandono del formalismo métrico y el uso, por ejemplo, del formalismo de tétrada y conexión basado en la acción de Palatini o en la acción de Holst, donde sí se puede realizar el acoplamiento. Las tétradas representan observadores locales para quienes la métrica del espaciotiempo resulta ser la métrica de Minkowski. El formalismo de tétrada y conexión tiene algunas ventajas. Por una parte, contiene explícitamente la simetría local de Lorentz, la cual es una simetría fundamental de la naturaleza. Por otra parte, las ecuaciones de movimiento son de primer orden; es decir, involucra únicamente derivadas parciales de primer orden, a diferencia del formalismo métrico de Einstein que contiene derivadas parciales de segundo orden del tensor métrico.

A manera de conclusión, conviene enfatizar que existen otras formulaciones alternativas de la relatividad general reportadas en revistas científicas, que han sido parcialmente exploradas, y que requieren mayor estudio para avanzar en la comprensión del campo gravitacional [9]. El presente artículo no pretende ser una exposición exhaustiva de tales formulaciones, pues ello está fuera del alcance del mismo. Se espera, sin embargo, que este texto despierte cierta curiosidad sobre el tema.

## Referencias

- [1] Maxwell, J. C. (2013). *A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field*. New Delhi, India: Isha Books
- [2] Einstein, A. (1956). *The Meaning of Relativity*, 5th edition. Princeton, USA: Princeton University Press.
- [3] Rovelli, C. (2004). *Quantum Gravity*. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press.
- [4] Montesinos, M. (2006). The double role of Einstein's equations: as equations of motion and as vanishing energy-momentum tensor in *Topics in Mathematical Physics, General Relativity and Cosmology in Honor of Jerzy Pleba?ski*, edited by García-Compeán, H., Mielnik, B., Montesinos, M., and Przanowski, M. Singapore, Singapore: World Scientific. Pages 325-332.
- [5] Rovelli, C. (2021) *General Relativity: The Essentials*. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press. Page 77.
- [6] Pleba?ski, J. (1977). On the separation of Einsteinian substructures. *Journal of Mathematical Physics* 18, 2511.
- [7] Capovilla, R., Montesinos, M., Prieto, V. A., and Rojas, E. (2001). BF gravity and the Immirzi

---

parameter. *Classical and Quantum Gravity* 18, L49.

[8] Holst, S. (1996). Barbero's Hamiltonian derived from a generalized Hilbert-Palatini action. *Physical Review D* 53, 5966.

[9] Celada, M., González, D., and Montesinos, M. (2016). BF gravity. *Classical and Quantum Gravity* 33, 213001.

*Foto de portada de jcomp*

This entry was posted on Tuesday, June 14th, 2022 at 4:31 pm and is filed under [Ciencias Exactas](#), [Zona Abierta](#)

You can follow any responses to this entry through the [Comments \(RSS\)](#) feed. Both comments and pings are currently closed.